Písemná přijímací zkouška z **Obecných studijních předpokladů**

12. dubna 2022 – varianta Křemílek

Příklad 1 (6 bodů).

Hanka, Petra, Naďa a Verča si každá myslí jednociferné přirozené číslo, každá z nich jiné. Petra si myslí číslo, které je součtem čísel Hanky, Nadi a Verči. Rozdíl čísel Nadi a Verči (v tomto pořadí) je pětinou rozdílu čísel Petry a Hanky (v tomto pořadí). Verča si myslí menší číslo než Hanka. Určete, jaké si kdo myslí číslo.

---

1. způsob řešení:

- Rozdíl čísel Petry a Hanky je pětinásobkem rozdílu čísel Nadi a Verči. Tento rozdíl $(P-H)$ je dělitelný pěti a protože jde o rozdíl jednociferných čísel, je tedy 5.
- Rozdíl čísel Nadi a Verči je pak 1.
- Protože je číslo Petry součtem čísel Hanky, Nadi a Verči, je rozdíl čísel Petry a Hanky roven součtu čísel Nadi a Verči. Součet čísel Nadi a Verči je tedy 5.
- Jediná čísla lišící se o 1, jejichž součet je 5, jsou 3 a 2. **Naďa si tedy myslí číslo 3, Verča si myslí číslo 2.**
- Hančino číslo je větší než Verčino a je různé od Nadina čísla, je tedy větší než 3.
- Protože jednociferné číslo Petry je součtem zbývajících čísel a součet čísel Verči a Nadi je 5, je Verčino číslo určitě menší než 5 (jinak by nebylo Petřino číslo jednociferné).
- Jediným přirozeným číslem, které je větší než 3 a menší než 5 je číslo 4. **Verča si proto myslí číslo 4.**
- **Petra si pak myslí číslo 9.**

2. způsob řešení:

- Číslo Petry je součtem zbylých tří navzájem různých jednociferných čísel, je to tedy jedno z čísel $6, 7, 8, 9$.
- Protože je rozdíl čísel Petry a Hanky dělitelný pěti, dokážeme pro každou z těchto možností dopočítat číslo Hanky, to je tedy $1, 2, 3, 4$.
- Protože je ale Verčino číslo menší než Hančino, vypadává nám první možnost, tedy že by Petřino číslo bylo 6 a Hančino 1.
- Nyní projděme zbývající možnosti. Pokud by si myslela Petra číslo 7 a Hanka 2, pak na Verču zbývá jednička, ale to by pak musela mít Naďa číslo 4 a neseděla by podmínka s rozdíly.
- Pokud by si myslela Petra číslo 8 a Hanka 3, pak na Verču zbývá jednička nebo dvojka. Jedničku vyřadíme stejně jako v předešlém bodě. Pokud by měla Verča dvojku, pak by Naďa měla trojku, ale to není možné, protože si každá z dívek myslí jiné číslo.
- Zbývá poslední možnost. **Petra si myslí číslo 9, Hanka číslo 4**. Podobně jako výše se vyřadí, že Verča nemůže mít jedničku. **Má tedy dvojku a Naďa si myslí číslo 3.** Tím jsme našli jediné možné řešení.

Další způsoby řešení:

- Uvedená řešení lze i kombinovat. Například vyřazovat jednotlivé možnosti pro číslo Petry na základě toho, že stanovíme čísla pro Naďu a Verču.
- Je také možné sestavit rovnice $P = H+N+V$, $5(N-V) = P-H$ a odtud dostáváme, že $N+V = 5(N-V)$. Další úvahy je pak možné směřovat z této rovnosti.

Bodování - 1. řešení:

- Za určení, že rozdíl čísel Petry a Hanky je 5 - 1 bod
- Za určení, že rozdíl čísel Nadi a Verči je 1 - 1 bod
- Za úvahu, že součet čísel Nadi a Verči je 5 - 1 bod
- Za dopočet, že Nadino číslo je 3 a Verčino 2 - 1 bod
- Za úvahu, že Verčino číslo je větší než 3 - 1 bod
- Za dopočet Verčina čísla a čísla Petry - 1 bod

Bodování - 2. řešení:

- Za omezení, že číslo Petry je jedno z čísel 6,7,8,9 - 1 bod
- Za úvahu o dělitelnosti a doplnění čísel Hanky - 1 bod
- Za vyřazení každé chybné varianty - 1+1+1 body
- Za dopočet u správné varianty - 1 bod

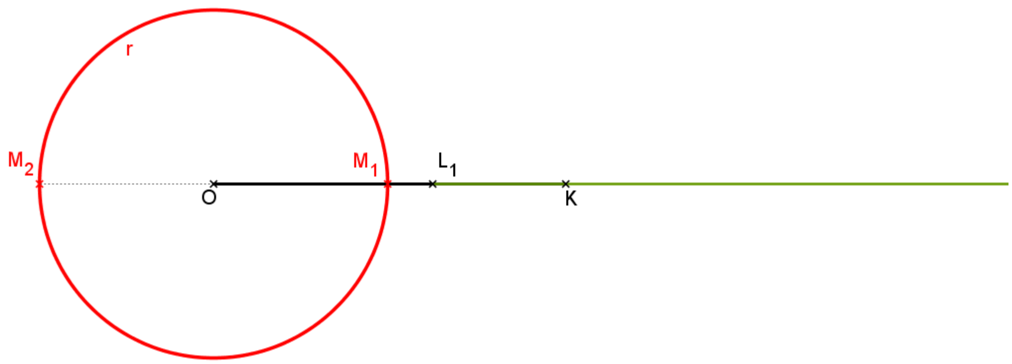
Příklad 2 (6 bodů).

Je dána úsečka OK délky 2022 cm. Michal zvolil bod L, který leží na polopřímce OK a je od bodu O vzdálen 1234 cm nebo více. Radan zvolil bod M, který leží na kružnici se středem v bodě O a poloměrem 1111 cm.

1. Určete, jaká je nejmenší možná vzdálenost bodů M a L.
2. Určete nejmenší možný průměr kruhu takového, že z bodů M, L, O, K bude obsahovat alespoň tři body, ať už Michal a Radan zvolí své body kdekoliv.

Řešení:

- Bod L musí ležet na polopřímce L_1K.
- Udělejme náčrt situace:



- Nejmenší vzdálenost bodů M a L je v tom případě, kdy bod M je v průsečíku kružnice $r(O, r = 1111$ cm$)$ a úsečky OK a bod L splyne s bodem L_1. Tato vzdálenost pak bude rovna $1234 - 1111 = 123$ cm.
- Protože nejsme schopni ovlivnit, kde Michal zvolí bod L, který tak může být od bodu K jakkoliv daleko, bude hledaný kruh obsahovat body M, O, K. Radan může zvolit bod M tak, že bude co nejdále od bodu K a tuto situaci musíme uvažovat. To nastane v případě, kdy Radan zvolí svůj bod jako M_2. Kruh bude mít nejmenší průměr, jestliže právě úsečka M_2K bude jeho průměrem. Ten je tedy roven $2022 + 1111 = 3133$ cm.

Bodování:

- Za nákres situace se správným pořadím bodů O, M_1, L_1, K - 1 bod
- Správné zohlednění číselných údajů v nákresu - 1 bod
- Za rozpoznání, kdy nastane nejmenší možná vzdálenost - 1 bod
- Za výpočet této vzdálenosti - 1 bod
- Pokud bude chybný nákres tak, že budou prohozeny body M_1 a L_1 a bude z nákresu určeno, že minimální vzdálenost je 0 - 2 body ze 4 možných
- Za úvahu, že ve druhé části není možné uvažovat bod L - 1 bod
- Za určení hraniční situace a dopočet průměru - 1 bod
- Plný počet bodů udělit, i pokud místo průměru student správně spočítá poloměr.

Příklad 3 (4 body).

Tomáš lže v pondělí, v úterý, ve středu a ve čtvrtek, Jirka lže ve středu, ve čtvrtek, v pátek i v sobotu a Pavel lže v pracovní dny. V ostatní dny mluví všichni pravdu. Vyslechli jste následující rozhovor:

Tomáš: „Dnes mluví všichni pravdu.“
Jirka: „Dneska je úterý.“
Pavel: „Pozítří budu lhát.“

Ve který den se udál tento rozhovor?

---

1. způsob řešení:

- Pokud by měl mít Tomáš pravdu, pak by musela být neděle, ale to by Jirka lhal tím, že říká, že je úterý. Tomáš lže, a proto je pondělí, úterý, středa, nebo čtvrtek.
- Pokud by měl Jirka pravdu a bylo úterý, potom by Pavel lhal, neboť lže v pracovní dny. To znamená, že (pozítří) ve čtvrtek by měl mluvit pravdu, což ale není možné. Jirka tedy lže, a je proto středa, čtvrtek, pátek, nebo sobota.
- Spolu s předchozí úvahou tedy dostáváme, že je středa, nebo čtvrtek.
- Pokud by byla středa, potom Pavel (pozítří) v pátek lže, tedy by jeho tvrzení bylo pravdivé, ale Pavel má ve středu lhát, tedy to není možné.
- Zbývá nám tedy možnost, že je čtvrtek. Pavel pak (pozítří) v sobotu mluví pravdu, tedy Pavlovo tvrzení je nepravdivé, což odpovídá tomu, že má ve čtvrtek Pavel lhát.
- **Rozhovor se tedy udál ve čtvrtek.**

2. způsob řešení:

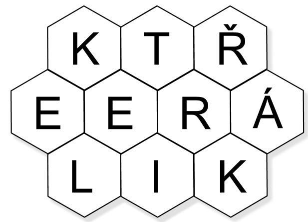
- Pokud by měl mít Tomáš pravdu, pak by musela být neděle, ale to by Jirka lhal tím, že říká, že je úterý. Tomáš lže a je proto pondělí, úterý, středa, nebo čtvrtek.
- Pokud by bylo pondělí, pak by Jirka lhal se svým tvrzením, že je úterý. Jirka ale v pondělí mluví pravdu, tedy to není možné.
- Pokud by bylo úterý, pak Jirka mluví pravdu. Pavel ale (pozítří) ve čtvrtek lže, tedy by jeho tvrzení bylo pravdivé, ale Pavel má v úterý lhát, tedy to také není možné.
- Pokud by byla středa, pak je Jirkovo tvrzení nepravdivé, což je v pořádku, protože ve středu má Jirka vždy lhát. Pavel ale (pozítří) v pátek lže, tedy by jeho tvrzení bylo pravdivé, ale Pavel má ve středu lhát, tedy to také není možné.
- Zbývá nám možnost, že je čtvrtek. Pak je Jirkovo tvrzení nepravdivé, což je v pořádku, protože ve čtvrtek má Jirka vždy lhát. Pavel pak (pozítří) v sobotu mluví pravdu, tedy Pavlovo tvrzení je nepravdivé, což odpovídá tomu, že má ve čtvrtek Pavel lhát.
- **Rozhovor se tedy udál ve čtvrtek.**

Bodování:

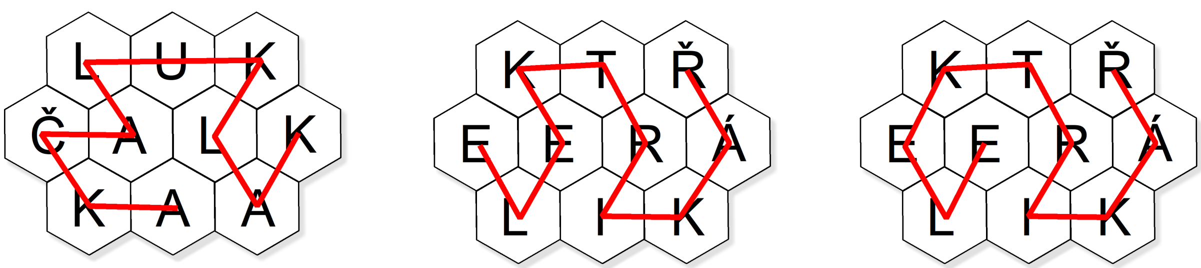
- Za úvodní zúžení na 4 možné dny (ať už z tvrzení Jirky, nebo z tvrzení Tomáše) - 1 bod
- Za každé další snížení možností - 1+1 body
- Za správné řešení - 1 bod

Příklad 4 (3 body)**.**

Vytvořte cestu mezi šestiúhelníky tak, že se pohybujete vždy z jednoho šestiúhelníku do sousedního tak, že projdete všechny šestiúhelníky, každý právě jednou, a když přečtete písmena po této cestě, dostanete desetipísmenné podstatné jméno. U vzorového příkladu můžeme číst slovo TĚLOCVIČNA.



Řešení:



- V první tabulce můžeme najít slovo Kalkulačka. Ve druhé tabulce lze slovo Elektrikář najít dvojím způsobem.

Bodování:

- Za každé slovo - 1+1 body
- Za obě správné cesty - 1 bod
- Pokud student najde nějaké slovo v tabulkách, ale neprojde všechna pole (například KLUK, TELE) - 1 bod
- Pokud student najde obě slova a jednu cestu, dostane plný počet bodů. Pokud student najde cesty, ale nevypíše slovo, dostane taktéž plný počet bodů. Pokud student najde jedno slovo i cestu, dostane 2 body. Pokud student najde slovo i cestu u jednoho a u druhého zmíní jen slovo, dostane plný počet bodů.

Příklad 5 (7 bodů)**.**

Vítek a Tom jezdí stálou rychlostí na koloběžce okolo čtvercového parku, jehož vrcholy označme $PARK$. Zatímco Vítek by objel $PARK$ třikrát, objede ho Tom jen dvakrát. Na začátku se Vítek vyskytuje v bodě P a Tom v bodě R a odtud jedou nejkratší cestou po obvodu tohoto čtverce směrem k vrcholu A, kde se nezastavují a neustále pokračují dál v původním směru jízdy. Ve chvíli, kdy Vítkovi k bodu A chybělo ujet jen čtvrtinu délky strany čtverce, ujel Tom právě 50 metrů.

1. Určete obvod čtvercového parku.
2. Určete, kolik metrů celkem ujede od začátku Vítek do místa, kde poprvé potká Toma.
3. Určete, kolik metrů celkem ujede Tom, než poprvé potká Vítka v nějakém z rohů (vrcholů) čtverce $PARK$, jestliže ani jeden z nich od začátku nezmění směr jízdy. Ve kterém z těchto bodů to bude?

Řešení:

- Jestliže Vítkovi chyběla k bodu A čtvrtina, pak ujel tři čtvrtiny této vzdálenosti.
- Tomáš tím pádem ujel polovinu vzdálenosti, strana čtverce je tedy 100 metrů.
- **Obvod čtverce je pak 400 metrů.**
- Do místa prvního setkání mají Vítek a Tom dohromady ujet 200 metrů.
- Zatímco Tom ujede 20 metrů, ujede Vítek 30 metrů. Tom tedy ujede 80 metrů a **Vítek ujede 120 metrů.**
- Do dalšího setkání musí Tom a Vítek ujet dohromady celý obvod, tj. 400 metrů. Z nich ujede Tom 160 a Vítek 240 metrů. Podruhé se tedy potkají uvnitř KP 40 metrů od vrcholu P a další setkání bude v bodě R.
- **Tomáš tak ujel** $80 + 160 + 160 = 400$ **metrů.**

Bodování:

- Za úvahu, že Tom je v polovině strany, zatímco Vítkovi chybí čtvrtina strany - 2 body
- Za dopočítání strany a určení obvodu - 1 bod
- Za úvahu, že Tom a Vítek ujedou dohromady 200 metrů do místa setkání - 1 bod
- Za dopočítání, že Vítek ujel 120 metrů - 1 bod
- Za úvahu, že Tomáš a Vítek ujedou dohromady 400 metrů a z toho 240 metrů Vítek a 160 metrů Tomáš - 1 bod
- Za dopočítání, že to bude při třetím setkání, a za výpočet ujeté vzdálenosti Toma - 1 bod

Příklad 6 (8 bodů)**.**

Kutil se rozhodl, že šmoulům napíše něco o vodě. Bohužel byl tak zaneprázdněn, že své úvahy diktoval Nešikovi. Ten však v textu udělal mnoho chyb. Přepište text bez chyb a spisovně.

Jakpak by jste nevěděli, co je voda! Bez vody by jsme nemohly pít, vyčistit si zuby nebo opláchnout obličej. Chcete-li opravdu vědět, s čeho voda je, prozradíme vám, že se skládá ze dvou dílů vodíku a jednoho dílu kyslíku – ze dvou velmi lechkých a nevyditelných plynů, které se vyskytují i ve vzduchu kolem nás.

Však se také voda umí vypařit do neviditelna: Když jí začneme vařit, promnění se v páru nad hrncem. Necháme-li ji zmrznout, stvrdne na kámen a dá se pak na ni třeba bruslit.

Řešení:

Jakpak byste nevěděli, co je voda! Bez vody bychom nemohli pít, vyčistit si zuby nebo opláchnout obličej. Chcete-li opravdu vědět, z čeho voda je, prozradíme vám, že se skládá ze dvou dílů vodíku a jednoho dílu kyslíku – ze dvou velmi lehkých a neviditelných plynů, které se vyskytují i ve vzduchu kolem nás.

Však se také voda umí vypařit do neviditelna: Když ji začneme vařit, promění se v páru nad hrncem. Necháme-li ji zmrznout, ztvrdne na kámen a dá se pak na ní třeba bruslit.

Bodování:

Nejprve se určí celkový počet chyb. Ten dostaneme jako součet počtu neodhalených a počtu navíc udělaných chyb. Malá chyba se počítá za polovinu. Počet chyb se zaokrouhlí na celá čísla. Podle celkového počtu chyb se určí bodové ohodnocení příkladu následovně:

- 0 nebo 1 chyba - 8 bodů
- 2 nebo 3 chyby - 7 bodů
- 4 nebo 5 chyb - 6 bodů
- 6 nebo 7 chyb - 5 bodů
- 8 nebo 9 chyb - 4 body
- 10 nebo 11 chyb - 3 body
- 12 nebo 13 chyb - 2 body
- 14 nebo 15 chyb - 1 bod
- 16 a více chyb - 0 bodů

Příklad 7 (4 body).

Vytvořte smysluplnou větu podle následujícího schématu:

Zájmeno – přídavné jméno – podstatné jméno – příslovce – sloveso – předložka – podstatné jméno.

Řešení:
Například: Ten krásný pejsek rychle skáče přes překážky.

Bodování:

- Za správné řešení - 4 body
- Jedna malá chyba - 3 body
- Jedna velká chyba, případně jeden chybějící slovní druh - 2 body
- Jedna velká a jedna malá chyba - 1 bod

Příklad 8 (4 body).

Lenka našla na papíře napsaný příběh s názvem Kde je medvěd? Jednotlivé odstavce rozstříhala a promíchala. Seřaďte jednotlivé části textu tak, jak byly za sebou původně v příběhu.

A) Vítek na ně dostal zlost. Proč chtějí medvědovi ublížit? Z příkopu přece nevyleze! Bylo mu medvěda líto. A medvíďata budou mít hlad.

B) Poté se na televizní obrazovce objevili liška a vlk. Chtěli na medvěda nalíčit past.

C) Vítek vyskočil ze židle. Plížil se za televizor. „Co tam hledáš?“ ptala se Alena. „Nekřič tolik,“ šeptal Vítek. „Hledám medvěda. Řeknu mu, aby si dal na lišku a vlka pozor.“

D) Na televizní obrazovce se objevil medvěd. Sháněl něco na zub pro medvíďata. Najednou zmizel v lese. Už ho nebylo vidět.

E) Zakryjí hluboký příkop větvemi. Medvěd tam spadne. Dlouho se tomu smáli.

Text nepřepisujte! Stačí, když uvedete jednotlivá písmena částí tak, jak šly za sebou.

Řešení:

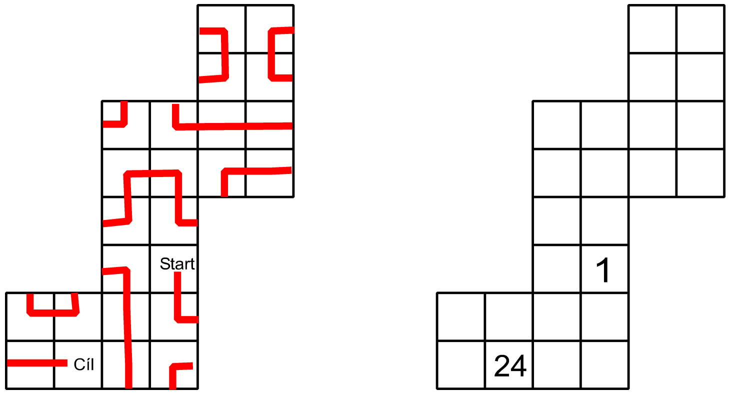
D	B	E	A	C
1. část	2. část	3. část	4. část	5. část

Bodování:

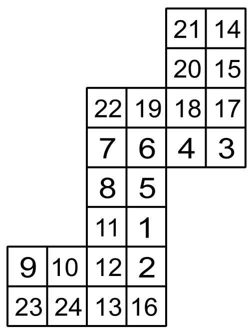
- Za správné řešení - 4 body
- Za jednu chybu, tj. pokud překryjeme jedno písmeno, budou zbylá 4 písmena ve správném pořadí - 3 body
- Za dvě chyby, tj. pokud překryjeme dvě písmena, budou zbylá 3 písmena ve správném pořadí - 2 body
- Za správné první písmeno - 1 bod

Příklad 9 (4 body)**.**

Aleš si ze čtverečkovaného papíru chtěl vytvořit krychli, přičemž každá stěna krychle byla složená ze čtyř čtverečků. Aleš si takto vytvořil krychli a poté na ni nakreslil cestu ze čtverečku Start do čtverečku Cíl, přičemž se vždy pohyboval tak, že šel ze středu čtverečku do středu čtverečku sousedního (každý čtvereček sousedí se čtyřmi dalšími – dvěma ze stejné stěny a dvěma z dalších stěn). Očíslujte čtverečky po řadě čísly 1 až 24 postupně tak, jak čtverečky navštívil (číslo 1 tak bude políčko s nápisem Start a 24 bude políčko s nápisem Cíl).



Řešení:



Bodování:

- Za správné řešení - 4 body
- Za správný přechod od 2 ke 3 (případně od 23 k 22) - 1 bod
- Za správný přechod od 8 k 9 (případně od 17 k 16) - 1 bod
- Za správný přechod od 16 k 17 (případně od 9 k 8) - 1 bod

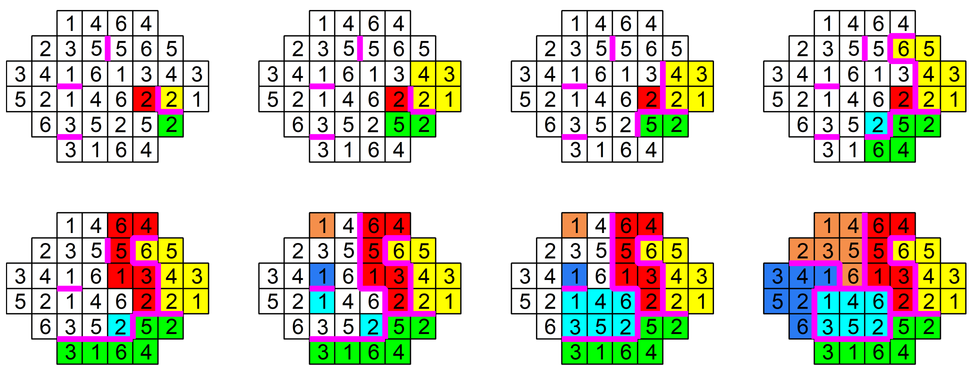
Příklad 10 (4 body)**.**

Rozdělte tabulku na 6 souvislých oblastí tak, aby každá oblast obsahovala 6 čtverců a každé číslo v ní bylo právě jednou.

		1	4	6	4		
	2	3	5	5	6	5	
3	4	1	6	1	3	4	3
5	2	1	4	6	2	2	1
	6	3	5	2	5	2	
		3	1	6	4		

Souvislá oblast je taková oblast, kterou dokážeme vystřihnout, aniž by se rozpadla na několik dílků. Přitom žádný spoj nepředstavuje jediný bod.

Řešení:



Bodování:

- Za správné řešení - 4 body
- Za vyznačení hranice mezi sousedními stejnými čísly - 1 bod
- Vyznačí-li student jednu oblast správně (s největší pravděpodobností žlutá nebo zelená) - 1 bod
- Bude-li mít student vyznačené celé tři oblasti (s největší pravděpodobností půjde o žlutou, červenou a zelenou) - 1 bod
- Za dokončení - 1 bod