Písemná přijímací zkouška z **Obecných studijních předpokladů**

6. května 2021 - varianta Špagetka - řešení

Příklad 1 (6 bodů)**.**

Tomáš a Vítek dostali za úkol si narýsovat na velký papír číselnou osu a na ní vyznačit obrazy čísel 1646 a 2021. Samozřejmě se jim na papír nevešla číselná osa s vyznačeným počátkem s jednotkou 1 centimetr, proto narýsovali jen část osy a zvolili si jinou jednotku. Vítek volil jednotku tak, že mu vzdálenost obou čísel vyšla 15 cm. Tomáš zvolil jednotku tak, že vzdálenost čísel 1991 a 2006 byla právě 1 cm. Číselnou osu rýsovat nemusíte.

1. Vypočítejte, jaká byla vzdálenost obrazů čísel 1646 a 2021 v Tomášově sešitě.
2. Vypočítejte, o kolik centimetrů by se lišila vzdálenost počátku a obrazu čísla 150 na číselných osách Tomáše a Vítka.

---

1. způsob řešení:

- Mezi obrazy čísel 2021 a 1646 je $2021 - 1646 = 375$ jednotek.
- Mezi obrazy čísel 2006 a 1991 je $2006 - 1991 = 15$ jednotek.
- $375 : 15 = 25$, tedy vzdálenost čísel 2021 a 1645 v Tomášově sešitě byla **25 cm**.
- Mezi obrazy čísel 0 a 150 je 150 jednotek.
- Vzdálenost těchto čísel je tedy v Tomášově sešitu $150 : 15 = 10$ cm.
- Podobně u Vítka je vzdálenost těchto čísel $150 : 25 = 6$ cm.
- $10 - 6 = 4$
- Rozdíl vzdáleností na obou číselných osách je tedy **4 cm**.

2. způsob řešení:

- Ve Vítkově sešitu je vzdálenost dvou po sobě jdoucích celých čísel $\frac{1}{25}$ cm, v Tomášově sešitě je to $\frac{1}{15}$ cm. Do jednoho centimetru se tak vejde Vítkovi 25 čísel, Tomášovi 15.
- Protože $375 : 15 = 25$, je vzdálenost čísel 2021 a 1646 v Tomášově sešitě tedy **25 cm**.
- Vzdálenost 0 a 150 je proto u Tomáše 10 cm, u Vítka 6 cm. Rozdíl těchto vzdáleností je **4 cm**.

3. způsob řešení:

- Podobně jako ve druhém řešení je možné místo se zlomkem pracovat s desetinným číslem.

Bodování:

- Za výpočet, že mezi 2021 a 1646 leží 375 čísel - 1 bod.
- Za výpočet, že mezi 2006 a 1991 leží 15 čísel - 1 bod.
- Za správné dělení $375{:}15 = 25$ a určení vzdálenosti 1646 a 2021 v Tomášově sešitě - 1 bod.
- Za určení vzdálenosti čísel 0 a 150 u Vítka - 2 body (1 bod za správný postup, 1 bod za bezchybný výpočet).
- Za určení vzdálenosti čísel 0 a 150 u Tomáše a určení správného rozdílu 1 bod.

Příklad 2 (4 body).

V tercii se dohadovali Jirka, Ondra, Martin, Petra, Svatka, Kuba, Vojta, Robin a Anička, kdo z nich je nejrychlejší. Rozhodli se, že si dají závody, ale poběží vždy ve trojicích.

- V prvním běhu běžely dívky a vyhrála Anička, druhá byla Petra a třetí Svatka.
- Ve druhém běhu vyhrál Jirka, druhý byl Ondra a třetí Martin.
- Ve třetím běhu vyhrál Vojta, druhý byl Robin a třetí Kuba.
- Ve čtvrtém běhu pak běželi vítězové prvních tří běhů a vyhrála Anička, druhý byl Vojta a třetí Jirka.
- V pátém běhu běželi Petra, Vojta a Svatka. Petra vyhrála, druhý byl Vojta a třetí skončila Svatka.

Každé z dětí běží vždy stejně rychle.

1. Určete, kdo z dětí je nejrychlejší, druhý nejrychlejší a třetí nejrychlejší.
2. Děti si všimly, že pokud by se uskutečnil ještě jeden běh, pak by jednoznačně mohly určit, kdo byl čtvrtý. Kdo by měl běžet v tomto běhu?

Řešení:

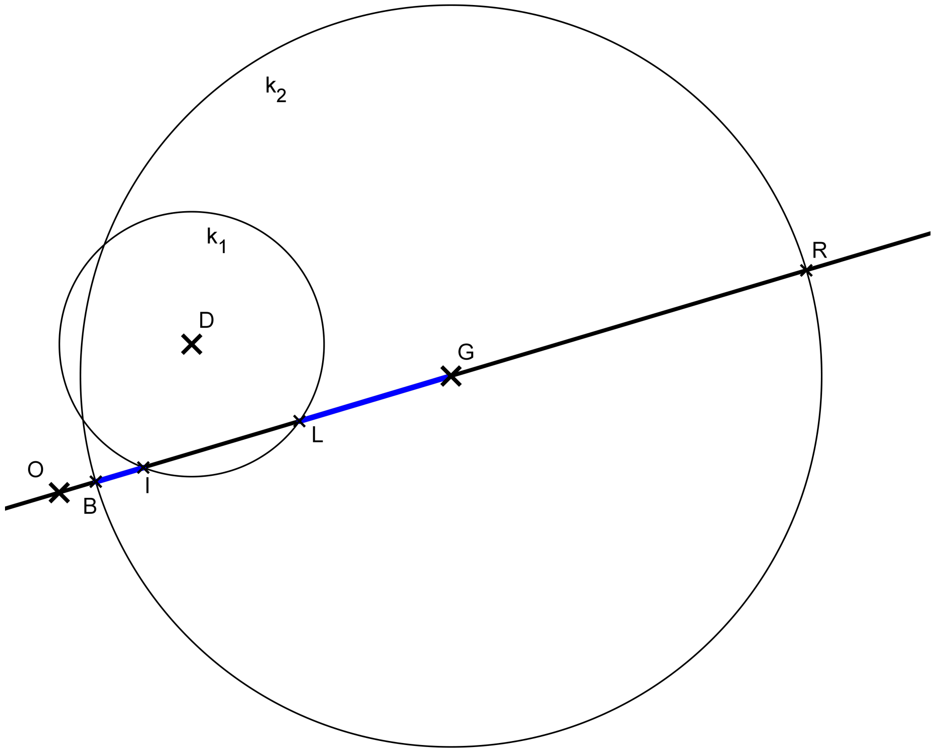
- Na prvních místech se v prvních třech bězích umístili Anička, Jirka a Vojta.
- Tito tři běželi o celkové první místo a vyhrála Anička před Vojtou a Jirkou. Jisté je, že nejrychlejší je tedy Anička. Vojta je pak nejlépe druhý a Jirka nejlépe třetí.
- Na druhém místě může být Vojta, ale také Petra, která v prvním běhu doběhla za Aničkou.
- Svatka by mohla být teoreticky ještě třetí, ale z posledního běhu víme, že Petra je rychlejší než Vojta a ten je rychlejší než Svatka.
- Protože Vojta je rychlejší než Jirka a Petra je rychlejší než Vojta, je jisté, že Petra je druhá a Vojta třetí.
- **Nejrychlejší je tedy Anička, druhá nejrychlejší Petra a třetí nejrychlejší Vojta**.
- Na čtvrtém místě tedy může být Jirka, který vyhrál ve svém prvním běhu, ale ve druhém svém běhu byl až za Vojtou. Dále může být na čtvrtém místě Robin, který byl druhý za Vojtou ve svém prvním běhu. Konečně čtvrtá může být Svatka, která byla sice mezi dívkami nejpomalejší, byla pomalejší i než Vojta, ale nevíme, jak je na tom v porovnání s ostatními.
- Do běhu o čtvrté místo tedy musíme nasadit **Jirku, Robina a Svatku**.

Bodování:

- Za určení nejrychlejší Aničky - 1 bod
- Za správné určení druhé Petry a třetího nejrychlejšího Vojty - 1 bod
- Za správnou trojici žáků do běhu o čtvrté místo - 2 body (je-li na druhé či třetí místo zařazen Jirka a naopak do této trojice je zařazena Petra či Vojta a Robin a Svatka jsou správně, pak také student získá 2 body. Jinak pokud má student správně dvě jména, potom získá 1 bod. Pokud má student správně nejvýše jedno jméno, potom nezíská žádný bod).

Příklad 3 (6 bodů)**.**

V rovině je dán bod D a přímka OG, která bodem D neprochází. Na **polopřímce** GO vyznačte všechny body, které mají od bodu D větší vzdálenost než 2,5 cm a zároveň mají od bodu G vzdálenost menší než 7 cm. Rýsujte přímo do předlohy.



Řešením je vnitřek úseček BI a LG.

Bodování:

- Konstrukce kružnice (nebo její vhodné části) $k_1(D; r = 2,5)$ - 1 bod
- Za další uvažování pouze vnějšku kruhu s hraniční kružnicí k_1 - 1 bod
- Konstrukce kružnice (nebo její vhodné části) $k_2(G; r = 7)$ - 1 bod
- Za další uvažování pouze vnitřku kruhu s hraniční kružnicí k_2 - 1 bod
- Správný závěr - 2 body (Pokud student místo úsečky LG vyznačí úsečku LR, potom za tuto část získá pouze 1 bod. Pokud student vyznačí jen jednu z úseček, potom obdrží 1 bod. Pokud student vyznačí jen hraniční body, nebo jen úsečku LR, neobdrží za tuto část žádné body).

Příklady opravení:

- Student vyznačí jako řešení pouze body B, I, G, L, které dostane jako průsečíky kružnic s přímkou - 2 body
- Student vyznačí jako řešení úsečku IL - 3 body
- Student vyznačí jako řešení pouze úsečku BI - 5 bodů
- Student vyznačí jako řešení pouze úsečku LG - 5 bodů
- Student vyznačí jako řešení úsečku LR - 4 body

Příklad 4 (6 bodů).

Jirka trénuje na běžecké závody. Běhá vždy od domu ke škole. První čtvrtinu této vzdálenosti klusal, potom 600 metrů běžel naplno a poslední čtvrtinu šel chůzí. Jirka běží naplno dvakrát rychleji, než kluše, a kluše dvakrát rychleji, než jde chůzí.

1. Určete, jaká je vzdálenost mezi Jirkovým domem a školou.
2. Kolikrát delší dobu by mu cesta trvala, pokud by šel celou dobu chůzí?
3. Druhý den Jirka kluše první půlku cesty. Kolik metrů musí nyní běžet naplno, aby zbytek cesty mohl jít chůzí a byl u školy za stejnou dobu jako první den?

1. způsob řešení:

- Jirka klusal a šel chůzí dohromady polovinu vzdálenosti mezi domovem a školou. Druhou polovinu běžel naplno.
- Polovina vzdálenosti mezi domovem a školou je tedy 600 metrů, celá vzdálenost je tak **1200 metrů.**
- Představme si, že Jirka uběhl jeden metr během chvilky. Běžel 600 metrů, tedy běžel celkem 600 chvilek. Klusal 300 metrů, tedy poloviční vzdálenost, ale zase běžel dvakrát rychleji, proto klusal taktéž 600 chvilek. Chůzí šel čtyřikrát pomaleji, než běžel, ale šel poloviční vzdálenost, proto šel chůzí celkem 1200 chvilek. Dohromady tak cestou strávil 2400 chvilek.
- Pokud by celých 1200 metrů šel chůzí, potom by mu cesta zabrala 4800 chvilek, protože běží čtyřikrát rychleji, než jde chůzí. Cesta by mu tedy trvala **dvakrát déle**.
- Pokud bude nyní Jirka 600 metrů klusat, potom mu to bude trvat 1200 chvilek. Cesta mu má trvat celkem 2400 chvilek, proto musí zbývajících 600 metrů zvládnout za 1200 chvilek. Když se pohyboval do školy poprvé, běžel 600 metrů a šel chůzí 300 metrů, tedy celkem 900 metrů, které celkem zvládl za 1800 chvilek. Tedy vidíme, že mu cesta chůzí a během trvala právě tolik chvilek, jako je dvojnásobek počtu metrů, které překonával. Tutéž situaci máme ale i druhý den, kdy má 600 metrů zvládnout za dvojnásob chvilek. Musí tedy běžet dvakrát větší vzdálenost, než jde chůzí. Jirka tedy musí běžet 400 metrů.

2. způsob řešení:

- Třetí část lze počítat také tak, že si označíme písmenkem a vzdálenost, kterou Jirka ušel. To mu pak trvalo $4a$ chvilek. Zbývající vzdálenost, $600 - a$, pak běžel. To mu trvalo $600 - a$ chvilek. Celkem tak těchto 1200 metrů překonal za $600 + 3a$ chvilek. Šel tedy chůzí 200 metrů, proto běžel **400 metrů.**

3. způsob řešení:

- Je možné si zvolit rychlost, jakou Jirka běžel, a počítat vše v závislosti na zvolené rychlosti.

4. způsob řešení:

- Podobně, jako jsme zvolili, že jeden metr Jirka uběhl za chvilku, je možné volit i jinou vzdálenost a druh pohybu, například 100 metrů běhu, 600 metrů běhu. Zároveň je možné onu chvilku nahradit neznámou, případně nahradit neznámou jakýkoliv z časových úseků.

Bodování:

- 2 body za určení vzdálenosti (1 bod za úvahu, že polovina je 600 metrů, 1 bod za dopočet vzdálenosti)
- Za úvahu nad časovou jednotkou a výpočet, jak dlouho stráví cestou - 2 body
- Za dopočet, kolikrát déle by mu cesta trvala - 1 bod
- Za třetí část 1 bod

Příklad 5 (8 bodů)**.**

Horáček s Pažoutem během hodiny češtiny nedávali pozor a posílali si psaníčka. Pan učitel zabavil dopis Horáčkovi plný chyb. Přepište jeho dopis spisovně a bez chyb.

Ahoj Pažoute,

co dybysme šly otpoledne do kyna. Mislim ze davaj nejakej film o lizovani. Sejdeme se před vašim bitem v pjet hodin. Snat nebudu myt zbitečné spožděni. To je nuda, uš abi to zkončilo. Neřikej nic Machovy, mněl bi hloupí řeči.

Čau Horaček

Řešení:

Ahoj Pažoute,

*co **kdybychom** šl**i** o**d**poledne do k**i**na. M**y**sl**í**m**,** že d**á**vaj**í** n**ě**jak**ý** film o **lyžování**. Sejdeme se před vaš**í**m b**y**tem v p**ě**t hodin. Sna**d** nebudu m**í**t zb**y**tečné **z**poždění. To je nuda, u**ž** ab**y** to **s**končilo. Neříkej nic Machov**i**, m**ě**l by hloup**é** řeči.*

Čau Horaček

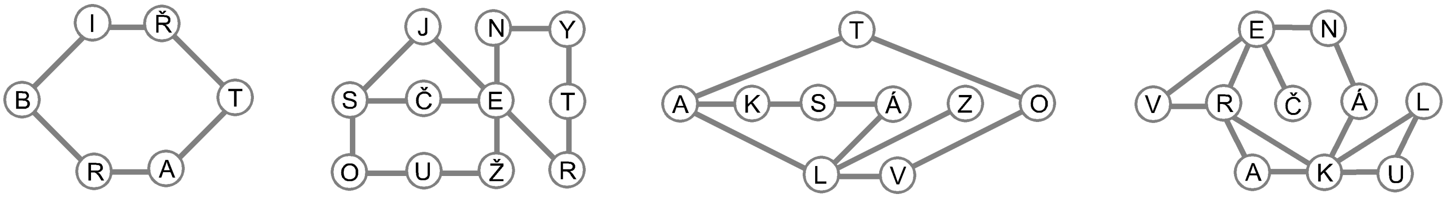
Bodování:

Nejprve se určí celkový počet chyb. Ten dostaneme jako součet počtu neodhalených a počtu navíc udělaných chyb. Podle celkového počtu chyb se určí bodové ohodnocení příkladu následovně:

- 0 nebo 1 chyba - 8 bodů
- 2 nebo 3 chyby - 7 bodů
- 4 nebo 5 chyb - 6 bodů
- 6 nebo 7 chyb - 5 bodů
- 8 nebo 9 chyb - 4 body
- 10 nebo 11 chyb - 3 body
- 12 nebo 13 chyb - 2 body
- 14 nebo 15 chyb - 1 bod
- 16 a více chyb - 0 bodů

Příklad 6 (4 body)**.**

V následujících obrazcích jsou ukryta jména čtyř pohádek. Jejich názvy dostanete tak, že budete postupovat po jednotlivých úsečkách a dávat písmena za sebe. Napište názvy těchto pohádek.



Řešení:

1. TŘI BRATŘI (uznávat i odpověď BRATŘI)
2. S ČERTY NEJSOU ŽERTY
3. ZLATOVLÁSKA
4. ČERVENÁ KARKULKA

Bodování:

- Za každou správně odhalenou pohádku 1 bod.

Příklad 7 (6 bodů)**.**

Uveďte příklad

1. čtyř vyjmenovaných slov, která jsou podstatnými jmény označujícími zvíře,
2. dvou trojpísmenných podstatných jmen, která se čtou stejně i zezadu,
3. slova, které může být zároveň slovesem i podstatným jménem.

Řešení:

1. kobyla, býk, myš, hlemýžď, slepýš, netopýr, sýkora, sýček, sysel, vydra, výr, (hmyz, dobytek).
2. Například mim, oko, krk, děd, bob.
3. Například stát, lež, zdraví, omyl (uznávat i vlastní jména, například Nastoupil, Vystoupil).

Bodování:

1. Za 4 vyjmenovaná slova - 3 body, za 3 vyjmenovaná slova - 2 body, za 2 vyjmenovaná slova 1 bod
2. Za každé slovo 1 bod (maximálně 2 body).
3. Za správné slovo 1 bod.

Příklad 8 (2 body).

Když se podíváme na slova PES, LES, LOS, LOĎ, LAĎ, LAK tak vidíme, že se dvě sousední slova liší vždy jen jedním písmenem a slovo PES jsme takto změnili na slovo LAK.

Stejným postupem změňte slovo DAR na slovo SUD. Uveďte tedy několik spisovných slov takových, že každá dvě sousední se budou lišit jen jedním písmenem, přičemž začnete slovem DAR a skončíte slovem SUD.

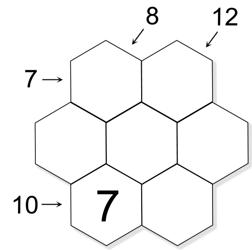
Řešení: Například: DAR, DAŇ, SAŇ, SAD, SUD

Bodování:

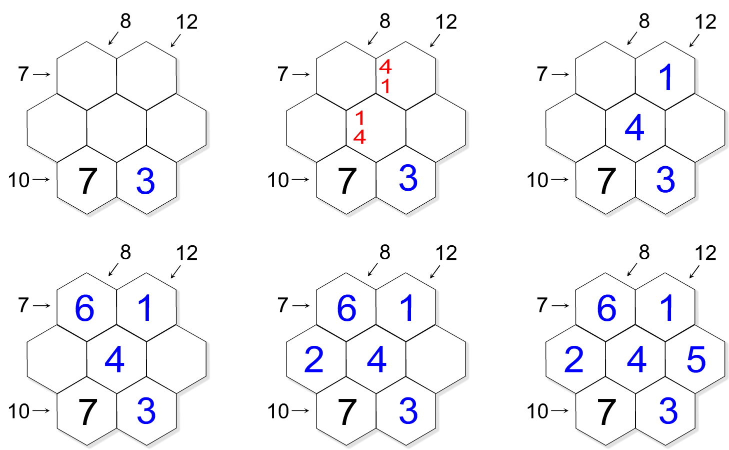
- 2 body za celou posloupnost. Pokud student bude mít v posloupnosti chybu, bude zde nespisovné slovo - 1 bod
- Pokud student uvede posloupnost alespoň 4 slov (včetně počátečního) podle daných pravidel, ale nedostane se k cílovému slovu - 1 bod

Příklad 9 (4 body)**.**

Doplňte do prázdných šestiúhelníkových buněk čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 tak, aby v každé bylo právě jedno z těchto čísel a každé číslo jste využili. Navíc musí platit, že čísla na krajích tabulky udávají součet čísel v buňkách ve směru šipky.



Řešení:



- Nejprve se doplní trojka tak, aby byl součet 10 v dolním řádku.
- Nyní uvažujme, jak dostat součet 12. Ten můžeme spolu se sedmičkou dostat jako $2 + 3$ a $1 + 4$. Protože jsme již použili číslici 3, musí zde být číslice 1 a 4.
- Pokud by v horním řádku byla číslice 4, potom by s ní v prvním řádku kvůli součtu 7 musela být trojka, kterou ale již máme použitu.
- V úhlopříčce se součtem 12 jsou tedy 7, 1 a 4.
- Nyní již doplňujeme tak, aby byly platné součty 7 a 8.
- Do chybějícího pole nyní doplníme dosud jedinou nevyužitou číslici 5.

Bodování:

- Má-li student vše správně - 4 body
- Pokud umístí správně první číslici 3 - 1 bod
- Pokud správně umístí 1 a 4 - 2 body
- Za dokončení - 1 bod
- Pokud student doplní tabulku tak, aby byly platné součty, ale číslice se budou opakovat, obdrží 2 body

Příklad 10 (4 body).

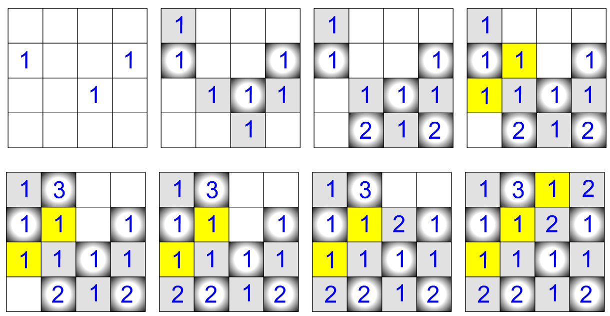
Pavel má speciální hrací kostky. Na všech šesti stěnách každé jeho kostky je stejné číslo, a to buď jednička, nebo dvojka, nebo trojka. Pavel stavěl komínky z kostek. Tyto komínky přesouval k sobě tak, že

- žádné dvě kostky, které se dotýkají stěnou, nemají na sobě stejné číslo,
- čísla v jednotlivých komíncích jsou vždy z po sobě jdoucích přirozených čísel seřazených odspodu nahoru sestupně (tedy dole je vždy větší číslo než nahoře).

Na obrázku vlevo vidíme, kolik kostek bylo vždy použito v jednotlivých komíncích. Tedy například v levém horním rohu jsou dvě kostky na sobě. Doplňte do obrázku vpravo, která čísla byla v jednotlivých komíncích na vrchních kostkách.

2	1	1	1
3	1	1	3
1	2	3	2
1	2	2	2

Řešení:



- Do tabulky si znázorňujme nejen čísla horních kostek, ale i čísla spodních kostiček. Pokud je spodní číslo 1, bude čtvereček žlutý, pokud dvojka, bude šedý, a pokud trojka, bude bílý s černým okrajem.
- Nejprve doplníme čísla horních kostek na polích, kde jsou 3 kostky. Zde je jasné, že zde musí být jedničky.
- Políčka, která sousedí s právě vyplněnými a obsahují dvě kostky na sobě, musí mít dole kostky s dvojkami, nahoře tedy budou jedničky.
- Pokud nyní máme políčko, které sousedí s bílým ohraničeným polem i s šedým polem, pak musí být žluté. Podle počtu krychliček odvodíme, jaké číslo je navrchu.
- Zbytek tabulky již doplníme stejným způsobem tak, že spolu nesmí sousedit pole stejného vybarvení, a to nám vždy jednoznačně určí číslo na horních kostkách.

Bodování:

- Za správně vyplněnou tabulku - 4 body.
- Pokud student vyplní jedničky na místech, kde jsou 3 kostky - 1 bod.
- Za doplnění čísel u sousedních políček s trojkovými políčky - 1 bod.
- Pokud student doplní správně alespoň 12 políček, obdrží 3 body.
- Pokud student začne políčkem obsahujícím trojky a vyplní správně sousední pole obsahující dvojky a navíc alespoň jedno další pole, obdrží 2 body.
- Student, který si začne zaznamenávat čísla všech (nebo spodních) kostek (jakýmkoliv způsobem) v jednotlivých polích, ale vyplní tabulku tak, že by dostal podle předchozího hodnocení 1 bod, obdrží 1 bod navíc za tuto úvahu.